

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
математического анализа
Шабров С.А.



18.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.25 Теория управления

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:
01.03.04 Прикладная математика
2. Профиль подготовки/специализация:
Применение математических методов к решению инженерных
и экономических задач
3. Квалификация (степень) выпускника: Бакалавр
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:
Кафедра математического анализа
6. Составитель программы: Зубова Светлана Петровна, доктор физ.-мат. наук,
доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим Советом математического факультета
протокол от 18.03.2025 №0500-03
8. Учебный год: 2028/2029 Семестр: 7

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели изучения дисциплины:

- обеспечение приобретения знаний по одному из важнейших направлений современной прикладной науки.
- формирование необходимого уровня математической подготовки, необходимых для применения теории управления к исследованию динамических процессов, возникающих в практической деятельности;
- приобретение необходимой эрудиции в вопросах приложений математики, подготовка к работе в НИИ, КБ и т. д.
- дальнейшее развитие логического мышления;

Задачи изучения дисциплины:

- демонстрация на примерах математических понятий и методов теории управления сущности научного подхода при исследовании систем управления динамическими процессами:
- овладение студентами основными методами исследования систем управления динамическими процессами;
- выработка умений анализировать полученные результаты, проводить типовые исследования, приобретение навыков работы со специальной математической литературой;
- формирование умений использовать математический аппарат теории управления для решения теоретических и прикладных задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1 базовая часть.

Специальный курс «Теория управления» является логическим продолжением преподавания предметов: «Алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ» (бакалавриат). Он осуществляет разумный баланс между общеобразовательным содержанием подготовки бакалавра и его дальнейшей профессиональной направленностью, что, несомненно, повышает профессиональное самоопределение учащегося, уровень его социальной адаптации.

Обучение методам теории управления обусловлено широким спектром применения для решения научных и технических проблем.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Код	Название компетенции	Коды	Индикаторы	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять знание фундаментальной	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в	Знать: базовые знания, полученные в области

ОПК-2	математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.2	области математических и (или) естественных наук Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности
	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Владеть навыками: выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-2.1	Владеет навыками использования математических методов и моделей для решения исследовательских задач	Знать: методы проверки адекватности математических моделей Уметь: анализировать результаты и оценивать надежность и качество функционирования систем
		ОПК-2.2	Осуществляет проверку адекватности математических моделей	Владеть: навыками использования математических методов и моделей для решения исследовательских задач
		ОПК-2.3	Анализирует результаты и оценивает надежность и качество функционирования систем	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) —4/144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость			
	Всего	По семестрам		
		№ семестра	№ семестра	...
Аудиторные занятия				
В том числе: лекции				
практические				
лабораторные				
Самостоятельная работа				
Контроль				
Форма промежуточной аттестации: экзамен				
Итого:				

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Автоматическое управление. Основные понятия, определения.	Система управления, вход, выход, параметры управления.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
1.2	Динамические системы, функции их параметров	Функции состояния системы, управления системы. Входные и выходные функции	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
1.3	Линейные и нелинейные динамические процессы	Примеры линейных и нелинейных динамических процессов в экономике, медицине	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080

1.4	Стационарные и нестационарные динамические процессы. Дискретные системы управления	Примеры динамических процессов в теории движения летательных аппаратов. Системы «базы-магазины», система снабжения армии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
1.5	Управляемые динамические процессы. Критерии управляемости.	Критерий полной управляемости Калмана, критерий Красовского, ранговый критерий Хаутуса . Условия управляемости дискретной системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
1.6	Применение теории управления к решению практических задач управления	Управляемость процесса дистилляции бензино-толуоловой смеси, управление движениями спутников.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
2. Лабораторные занятия			
2.1	Линейные и нелинейные динамические системы	Примеры динамических систем	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
2.2	Стационарные и нестационарные динамические процессы. Дискретные системы управления	Примеры динамических процессов в теории движения летательных аппаратов. Системы «базы-магазины», система снабжения армии.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
2.3	Критерии управляемости	Критерий Калмана. Условия управляемости дискретной системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
2.4	-,-,-	Интегральный критерий управляемости	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080
2.5	-,-,-	Критерий Хаутуса	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080

2.6	Построение управления для линейных динамических систем	Методы построения управляющих функций и функций управления.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины					
		Лек ции	Лаборатор ные	Самостоятель ная работа	контроль	Всего
1	Автоматическое управление. Основные понятия, определения.	2	4	6	6	16
2	Динамика управляемых процессов. Функции параметров динамических систем	2	4	10	6	20
3	Линейные и нелинейные динамические процессы	2	12	10	6	24
4	Стационарные и нестационарные системы управления. Дискретные системы управления	2	16	12	6	28
5	Управляемость динамических систем. Критерии управляемости	4	16	10	6	28
6	Применение теории управления к решению прикладных	4	16	10	6	28

	задач					
Итого	16	68	58	36	144	

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются задачи по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория управления» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лекций и практических занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность в семестрах, на которую отводится 58 часов.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Теория управления» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам лекционных и практических занятий (приведены выше), самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (коллоквиумам и выполнению практических заданий) (примеры см. ниже).

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При

подготовке к лекционным и практическим занятиям, обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (экзамен).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Теория управления» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080>) на портале «Электронный университет ВГУ».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	<u>Будаев, Виктор Дмитриевич</u> . Математический анализ : : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон ; В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон .— Москва : Лань, 2012 .— 544 с. : ил. ; 22 см. — Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образованию Министерства образования и науки РФ в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 050200 — «Физико-математическое образование». — Предм. указ.: с. 532-536 .— Имен. указ.: с. 537 .— Библиогр.: с. 531 .— ISBN 978-5-8114-1186-3 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3173
2	Л.Э.Эльсгольц «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. http://www.phys.nsu.ru/balakina/El%27sgol%27dz_Dif_ur_i_var_isch.pdf
3	<u>Зубов, Владимир Иванович</u> . Лекции по теории управления [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. И. Зубов. - Москва : Лань, 2009. - 495 с. - (Классическая учебная литература по математике) (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники). - ISBN 978-5-8114-0985-3 : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=155

4	<u>Абдрахманов, Валий Габдрауфович.</u> Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Г. Абдрахманов, А. В. Рабчук. - Москва : Лань", 2014. - 112 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-1630-1 : http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=45675
---	--

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В. Р. Носов. --- М. : Высшая школа, 1998. --- 573 с.
6	Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами / Ю.Н. Андреев. – М. : Наука, 1976. – 424 с.
7	Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. – М. : Наука, 1968. – 476 с
8	Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем. Линейные модели / П.Д. Крутько. – М. : Наука, 1987. – 304 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
7	Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Бишоп. – http://www.twirpx.com/file/21901/
8	Крутько П. Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления /П.Д. Крутько. – http://iesod947.server29.backup4e.com/area001/self0019/krutko_6_01_07.rar
9	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета –(http www.lib.vsu.ru)
10	Google, Yandex, Rambler

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Воронеж, Издательский дом ВГУ, 2016. 1 п.л.Решение задач для динамических систем управления. Учебно-методическое пособие. Сост.: С.П. Зубова. Воронеж, Издательский дом ВГУ, 2016. 1

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и лабораторных занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Теория управления» (URL: <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12080>) на портале «Электронный университет ВГУ».

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория, специализированная мебель.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и лабораторных занятий используются учебные аудитории. Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310), расположенный на 3 этаже учебного корпуса № 1.

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>); MATLABClassroom (сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/>)

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php>)

FreePascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html>);

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <http://maxima.sourceforge.net/faq.html>)

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Автоматическое управление. Основные понятия, определения.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа)
2.	Динамические системы, функции их параметров	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа)
3.	Линейные и нелинейные динамические процессы	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа)
4.	Стационарные и нестационарные динамические процессы. Дискретные системы управления	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа), КИМ (экзамен)
5.	Управляемые динамические процессы. Критерии управляемости.	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа), КИМ (экзамен)
6.	Применение теории управления к решению практических задач управления	ОПК-2	ОПК-2.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3	КИМ (контрольная работа), КИМ (лабораторная работа), КИМ (экзамен)
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен _____				Перечень вопросов к экзамену, КИМ (экзамен)

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ и лабораторных работ, содержание которых приведено ниже. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться средствами связи (включая сеть Интернет) и любыми печатными материалами, ограничение по времени — 90 астрономических минут.

КИМ (контрольная работа)

КИМ №1

1. Назвать вид динамической системы «базы-магазины».
2. Определить влияние параметра α на полную управляемость системы

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \alpha x_1 + 2x_2 + 5u, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 - 4x_2 + 2u. \end{cases}$$

КИМ №2

1. По какому критерию определяется управляемость линейной стационарной системы снабжения армии.
2. Является ли применимым критерий Калмана для определения полной управляемости к системам

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = t x_1 + 2x_2 + u_1 - 7u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 3x_3 - 3x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 - u_1, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5x_1 - 3x_2 + u_1 - 4u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - 2x_3 + 2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 + u_2. \end{cases}$$

КИМ (лабораторная работа)
КИМ №1

1. Выбрать параметры ε и δ так, чтобы динамическая система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (1 + \varepsilon)x_1 + 4x_2 + u_1 + \delta u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 - (2 + \delta)x_2 + 5x_3 + u_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = (1 - \varepsilon)x_2 + x_3 \end{cases}$$

была управляемой.

2. Определить, является ли управляемой динамическая система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2\cos t \cdot x_2 + u_1 + t u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - 3x_2 \end{cases}.$$

КИМ №2

1. Управляема ли система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1 + x_2 + 5u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 + x_3 - u_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 - u_1 \end{cases}$$

с выходом $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$?

2. Построить функции состояния и управления для системы

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1 + x_2 + 5u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 + x_3 - u_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 - u_1 \end{cases}$$

с условиями $x_1(0) = 1, x_2(0) = 2, x_3(0) = 0,$
 $x_1(1) = 0, x_2(1) = -1, x_3(1) = 0.$

Для оценивания результатов каждой лабораторной и контрольной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении лабораторной или контрольной работы студент продемонстрировал в достаточной мере: знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении лабораторной или контрольной работы студент не продемонстрировал в достаточной мере: знание имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	—	Не зачтено

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в 7 семестре по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену, КИМы). В билет включаются два теоретических вопроса и один практический.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Автоматическое управление. Основные понятия, определения.
2. Динамические системы, функции их параметров.
3. Система управления, вход, выход, параметры управления.
4. Линейные и нелинейные динамические системы. Примеры линейных и нелинейных динамических процессов в экономике.
5. Стационарные и нестационарные динамические процессы. Примеры динамических процессов в медицине.
6. Дискретные системы управления.
7. Управляемость линейных систем управления. Критерий Калмана.
8. Условия управляемости дискретной системы.
9. Интегральный критерий управляемости.
10. Критерий Хаутуса.
11. Критерий управляемости дескрипторной динамической системой.
12. Методы построения управляющих функций и функций управления.

КИМ (экзамен)

КИМ №1

Теория:

1. Системы управления. Функции состояния и управления.
2. Система управления работой многокамерной нагревательной печи.

Практика:

1. Определить влияние параметра α на полную управляемость системы

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (2 + \alpha)x_1 - x_2 + 3u, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + x_2 + u. \end{cases}$$

КИМ № 2

Теория:

1. Стационарные системы управления. Полная управляемость.
2. Система управления движением подводной лодки.

Практика:

1. Является ли применимым критерий Калмана для определения полной управляемости к системам

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5t x_1 + x_2 + 2u_1 - 7u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + t^2 x_3 + 2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 + u_1, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5x_1 + x_2 + 2u_1 - 7u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_3 + 2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 + u_1. \end{cases}$$

КИМ №3

Теория:

1. Нестационарные системы управления. Критерий полной управляемости.
2. Система управления движением спутника по гало-орбите.

Практика:

1. Выбрать параметры ε и δ так, чтобы динамическая система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = (2 + \varepsilon)x_1 - x_2 + u_1 + \delta u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 - (1 + \delta)x_2 + 5x_3 + 4u_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = (4 + \varepsilon)x_2 + \varepsilon x_3 \end{cases}$$

была управляемой.

Ким № 4

Теория:

1. Дискретные системы управления. Критерий полной управляемости.
2. Система управления движением вертолѐта.

Практика:

1. Определить, является ли управляемой динамическая система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - \sin t \cdot x_2 + u_1 + t u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + x_2 \end{cases}.$$

КИМ № 5

Теория:

1. Дескрипторные системы управления. Критерий полной управляемости.
2. Система Леонтьева межотраслевого баланса.

Практика:

1. Управляема ли система

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1 + x_2 + 5u_1, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 + x_3 - u_2, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 - u_1 \end{cases}$$

с условием $x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$?

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умение работать с алгоритмами методов и информационными ресурсами;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ	Повышенный уровень	Отлично
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных выше показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные	Базовый уровень	Хорошо

ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.		
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Неудовлетворительно

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Является ли применимым критерий Калмана для определения полной управляемости к системам

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5tx_1 + x_2 + 2u_1 - 7u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + t^2x_3 + 2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 + u_1, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5x_1 + x_2 + 2u_1 - 7u_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + x_3 + 2x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = x_2 + u_1. \end{cases}$$

Ответ: первая система является нестационарной, к ней критерии Калмана неприменимы. Вторая система стационарная, к ней критерий Калмана применим.

2. Выберите верный ответ из предложенных.

Система взаимодействия двух армий в боевых условиях является:

- 1) дескрипторной;
- 2) непрерывной;
- 3) дискретной;

Ответ: дискретной.

3. Выберите верный ответ из предложенных.

Каким методом исследуется система «Базы-магазины» на полную управляемость:

- 1) методом наименьших квадратов;
- 2) методом неопределенных коэффициентов;
- 3) с помощью критерия Калмана?

Ответ: с помощью критерия Калмана.

4. Выберите верный ответ из предложенных.

Критерий Хаутуса применим для определения полной управляемости

- 1) стационарной динамической системы;
- 2) дескрипторной динамической системы;
- 3) дискретной динамической системы.

Ответ: стационарной.

5. Полная управляемость динамической системы это

- 1) достижение конечного результата за определенный промежуток времени;
- 2) достижение конечного результата за произвольно заданный промежуток времени;
- 3) достижение нулевого состояния при $t \rightarrow \infty$.

Ответ: достижение конечного результата за произвольно заданный промежуток времени.

2) закрытые задания (повышенный уровень сложности):

1. Определить влияние параметра α на полную управляемость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (2+\alpha)x_1 - 2x_2 + 3u, \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + x_2 + u. \end{cases}$$

Решение: система имеет вид $\dot{x} = Bx(t) + Du(t)$, где

$$B = \begin{pmatrix} 2 + \alpha & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Составляем матрицу управляемости (критерий Калмана)

$$(DBD) = \begin{pmatrix} 3 & 3(2 + \alpha) - 2 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}.$$

Ранг этой матрицы равен 2 в том и только том случае, когда $30 - 6 - 3\alpha + 2 \neq 0$, т.е. при $\alpha \neq 26/3$.

Ответ: при $\alpha \neq 26/3$ система является п. управляемой, при $\alpha = 26/3$ система не является п. управляемой.

2. Динамическая система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_1(t) + 2x_2(t) - u(t), \\ \dot{x}_2 = \alpha x_1(t) + 3x_2(t), \end{cases}$$

полностью управляемая, если $\alpha \neq 0$.

Ответ: $\alpha \neq 0$. так как при $\alpha = 0$ решение второго уравнения $x_2(t)$ не может удовлетворить краевым условиям, а при $\alpha \neq 0$ для любой функции $x_2(t)$, удовлетворяющей соответствующим краевым условиям, функция $x_1(t)$ находится из второго уравнения. Затем из первого уравнения определяется $u(t)$.

3. Определить с помощью критерия Хаутуса управляема ли система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 6x_1 + x_2 + 5u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_3 - u, \\ \dot{x}_3 = x_1. \end{cases}$$

Решение. Здесь

$$B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Составляем матрицу управляемости $(B - \lambda I \ D) =$

$$\begin{pmatrix} 6 - \lambda & 1 & 0 & 5 \\ 4 & -\lambda & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -\lambda & 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Вектор-столбцы $r_1 = \begin{pmatrix} 6 - \lambda \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, r_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\lambda \\ 0 \end{pmatrix}, r_3 = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ -\lambda \end{pmatrix}, r_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Проверяем на линейную независимость векторы r_2, r_3, r_4 : $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -\lambda & 1 & -1 \\ 0 & -\lambda & 0 \end{vmatrix} =$

$$5\lambda^2 - \lambda = \lambda(5\lambda - 1). \text{ Ранг матрицы (1) равен 3, если } \lambda \neq 0 \text{ и } \lambda \neq \frac{1}{5}.$$

Если $\lambda = 0$, то матрица (1) имеет вид $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$ Здесь первые 3

вектор-столбца линейно независимые, следовательно, ранг этой матрицы равен 3.

Если $\lambda = 1/5$, то матрица имеет вид $\begin{pmatrix} 29/5 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & -1/5 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1/5 & 0 \end{pmatrix}$. Здесь

первые 3 вектор-столбца линейно независимые, следовательно, ранг этой матрицы равен 3.

Таким образом, при $\forall \lambda \in \mathbb{C}$ ранг матрицы равен 3, следовательно система является п. управляемой.

Ответ: система п. управляемая.

4. Определить, является ли управляемой динамическая система

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - \sin t \cdot x_2 + u_1 + tu_2, \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + x_2 \end{cases} \quad (2)$$

Решение. Поскольку коэффициенты $\sin t$ и t в системе гладкие, то достаточно определить, является ли система п. управляемой в какой-либо

точке. Положим $t = 0$. Система (2) принимает вид $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + u_1, \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + x_2 \end{cases}$

Здесь $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\text{rank}(D \quad BD) = \text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 2$.

Ответ: система (2) п. управляема на любом отрезке, содержащем точку $t = 0$.

5. Составить математическую модель, описывающую работу системы «базы-магазины», если 2 базы обслуживают 3 магазина и база 1 отгружает товар поровну в 1-й и 2-й магазины, а вторая база отгружает товар во все магазины поровну. Кроме того, второй магазин $1/3$ часть непроданного вчера товара отправляет в 3-й магазин.

Ответ:

$$\begin{cases} x_{i+1,1} = x_{i,1} + \frac{1}{2}u_1 + \frac{1}{3}u_2, \\ x_{i+1,2} = \frac{2}{3}x_{i,2} + \frac{1}{2}u_1 + \frac{1}{3}u_2, \\ x_{i+1,3} = x_{i,3} + \frac{1}{3}x_{i,2} + \frac{1}{3}u_2. \end{cases}$$

6. Составить матрицу управляемости, фигурирующую в интегральном критерии для системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2(t), \\ \dot{x}_2 = u(t). \end{cases}$$

Решение. Здесь $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Матрица управляемости в интегральном критерии имеет вид

$$W = \int_0^T e^{-s\beta} D D^* e^{sB^*} ds.$$

$$\text{Здесь } e^{-sB} = I - \frac{s}{1!}B + \frac{s^2}{2!}B^2 - \dots + (-1)^k \frac{s^k}{k!}B^k + \dots = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - s \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{s^2}{2!} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (0) + \dots + (0) = \begin{pmatrix} 1 & -s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Далее: } B^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } e^{sB^*} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ s & 1 \end{pmatrix}, \quad e^{-sB} = \begin{pmatrix} 1 & -s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad e^{-sB} D D^* e^{sB^*} = \begin{pmatrix} -s^2 & -s \\ s & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\int_0^T \begin{pmatrix} -s^2 & -s \\ s & 1 \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} -\frac{T^3}{3} & -\frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & T \end{pmatrix}.$$

$$\text{Ответ: } W = \begin{pmatrix} -\frac{T^3}{3} & -\frac{T^2}{2} \\ \frac{T^2}{2} & T \end{pmatrix}.$$

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.